

INŠTRUKCIE:

Samostatný hárok pre riešenie úloh (hárok pre odpovede)

- Nezabudnite vyplniť všetky údaje (meno a priezvisko, škola, email atď.).

Testy

- Na vyriešenie 25 otázok máte 45 minút.
- **Správna je vždy len jedna odpoveď.**
- **Ak napriek tomu zvolíte viacero správnych odpovedí, úloha bude hodnotená ako nevyriešená! Rovnako aj keď sa v hárku na odpovede pomýlite a budete chcieť opraviť možnosť na inú, úloha už nebude hodnotená!** Preto odporúčame najprv správne odpovede vyznačiť do tohto testu a na koniec len všetky odpovede prepíšete do hárku na odpovede.
- **Správnu odpoveď vyznačíte úplným vyfarbením krúžku.**
- Hárok s odpoveďami nesmie byť zložený alebo pokrčený! Poznámky mimo polí na odpovede **nie sú povolené.**
- Ako pomôcku môžete používať len zbierku vzorcov. Kalkulačky, mobily, MP3-prehrávače a iné pomôcky **nie sú povolené!**
- **Používajte len čierne alebo modré pero.**

HODNOTENIE:

- **Dosiahnuť možno maximálne 100 bodov.**

Vyhodnotenie súťaže Pangea sa uskutoční dňa 30. apríla 2015 a bude zverejnené na webovej stránke:

www.pangea-sutaz.sk.

Mená žiakov ani škôl nezverejňujeme: žiaci si nájdu výsledky pod svojim identifikačným číslom. Každý žiak má vlastné identifikačné číslo na svojom hárku pre odpovede. **Prosíme žiakov, aby si svoje identifikačné číslo (ID žiaka) nezabudli zapísať!**

Úspešných riešiteľov, ktorí postúpia do druhého kola, budeme priamo kontaktovať emailom, rovnako ako aj ich školu.

Želáme Vám veľa úspechov a naďalej veľkú zábavu s matematikou

PREHLAD VZŤAHOV
Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

$$\text{Sinusová veta: } \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$$

$$\text{Kosinusová veta: } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$\text{Logaritmus: } \log_x(x \cdot y) = \log_x x + \log_x y$$

$$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$$

$$\log_x x^k = k \cdot \log_x x$$

$$\log_y x = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$$

$$\text{Aritmetická postupnosť: } a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$\text{Geometrická postupnosť: } a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n!$$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$P(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria:

$$\text{Parametrické vyjadrenie priamky: } X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$$

$$\text{Všeobecná rovnica priamky: } ax + by + c = 0; [a, b] \neq [0, 0]$$

$$\text{Uhol vektorov: } \cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

$$\text{Vzdialenosť bodu } M[m_1; m_2] \text{ od priamky } p: ax + by + c = 0: \quad |Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\text{Stredový tvar rovnice kružnice: } (x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	gufa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{p'}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

1) Kvapky dažďa majú tvar guľky s priemerom 2mm. Koľko by ich muselo spadnúť do litrovej nádoby, aby sa naplnila.(použi pre $\pi=3$)

- A) 250 B) 250 000 C) 5 000 D) 2 500 000 E) 500 000

2) V akom pomere je povrch kocky s hranou x , a povrch kvádra s rozmermi $x, x, 2x$. Výsledok zapíš zlomkom v základnom tvare.

- A) $\frac{5x}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{6}{16}$ E) $\frac{3}{5} \cdot x^2$

3) V lavici sedí 5 chlapcov, z nich dvaja sú bratia a chcú sedieť vedľa seba. Koľkokrát môžeme rozsadiť týchto 5 chlapcov tak, aby bratia sedeli vedľa seba ?

- A) 10 B) 24 C) 12 D) 5 E) 48

4) Kosoštvorec má obsah $1,5 \text{ dm}^2$, obvod 60 cm. Aká je jeho výška ?

- A) 10dm B) 6dm C) 10cm D) 6cm E) 15cm

5) Určte dĺžku telesovej uhlopriečky kocky (cm), ktorá má povrch 96 cm^2 .

- A) 4 B) $4 \cdot \sqrt{3}$ C) $4 \cdot \sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $3 \cdot \sqrt{3}$

6) Urči množinu všetkých riešení nerovnice $3^{|x+1|} \leq 9$ ($x \in R$).

- A) $x \in (1, \infty)$ B) $x \in (-1, 3)$ C) $x \in \langle -3, 1 \rangle$
D) $x \in \langle -1, 3 \rangle$ E) $x \in (\infty, 1)$

7) Rodina išla autom na výlet z Trnavy do Piešťan po starej ceste priemernou rýchlosťou 60 km za hodinu, na spiatočnej ceste z Piešťan do Trnavy išli po diaľnici priemernou rýchlosťou 120 km za hodinu. Akú priemernú rýchlosť dosiahla pri rodina pri svojom výlete?

(Uvažujeme, že dĺžka cesty v kilometroch po starej ceste a po diaľnici je rovnaká.)

- A) 90 km/hod B) 84 km/hod C) 82 km/hod
D) 80 km/hod E) 76 km/hod

8) Počet prirodzených koreňov rovnice

$$(x - \pi)(x + \sqrt{3})(x^2 - 9)(7x - 8)(x - 1)(x - \log 100) = 0 \quad \text{je}$$

- A) 7 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

9) Daný je obdĺžnik ABCD, ktorého obsah je 96. Priesečník uhlopriečok označíme ako bod S. Vzdialenosť bodu S od priamky AB je o 2 väčšia ako vzdialenosť od priamky BC.

Potom obvod tohto obdĺžnika je :

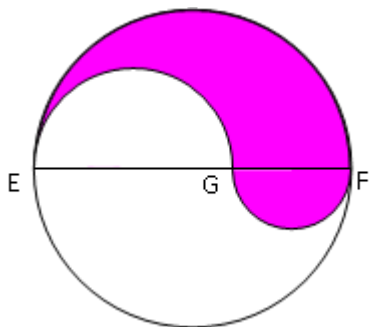
- A) 96 B) 60 C) 40 D) 20 E) nedá sa vypočítať

10) Aký je súčin všetkých reálnych koreňov daných dvoch rovníc

$$3^{x^2-1} = 27, \quad 2^{x-1} \cdot 2^{x+3} = 0,125$$

- A) -10 B) 10 C) -5 D) -2,5 E) 2

11) Vypočítajte obsah vyšrafovej oblasti, ak EF je priemer kružnice a platí $|EF| = 16$ cm, $|EG| : |GF| = 5 : 3$. Výsledok zapíšte ako násobok čísla π .



- A) 12π B) 14π C) 20π D) 22π E) 24π

12) Daný je pravouhlý trojuholník KLM, $|\angle KLM| = 90^\circ$, $|\angle LKM| = 36^\circ$, $|LM| = 7$. Ktoré z daných tvrdení je pravdivé?

A) $|KM| = \frac{7}{\sin 54^\circ}$

B) $|KL|^2 = \left(\frac{7}{\sin 36^\circ}\right)^2 - 7$

C) $|KL| = \frac{\text{tg } 54^\circ}{7}$

D) $|KM|^2 = \frac{49}{1 - \sin 54^\circ}$

E) $7 = |KL| \cdot \text{tg } 36^\circ$

13) O funkcií $y = x^{-4}$ platí, že s rastúcimi zápornými hodnotami x funkčné hodnoty y

- A) rastú B) klesajú C) sa nemenia D) rastú aj klesajú E) nerastú

14) $\log_2 (\log_3 81) =$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

15) Určte definičný obor funkcie $y = \log \frac{x^2+1}{x}$.

- A) \emptyset B) $\langle -1; 1 \rangle$ C) \mathbb{R}^+ D) \mathbb{R} E) $(0; 1)$

16) Pri opakovanom hode kockou 6-ka nepadla už 34 krát. Aká bude pravdepodobnosť, že v nasledujúcom hode tiež nepadne?

- A) menšia ako v predošlom hode B) väčšia ako v predošlom hode
C) rovnaká ako v predošlom hode D) $\frac{1}{35}$ E) $\frac{6}{35}$

17) Ak všetky pneumatiky sú gumové a každá guma je pružná, pričom niektorá guma môže byť čierna. Potom

- A) Všetky pneumatiky sú pružné a čierne.
B) Všetky pneumatiky sú čierne.
C) Len niektoré pneumatiky sú gumové.
D) Všetky pneumatiky sú pružné a gumové.
E) Všetky pneumatiky sú gumové a čierne.

18) Do nového bytu sme si priniesli 10 románov a 4 zväzky encyklopédie. Koľkými spôsobmi ich možno uložiť na policu tak, aby encyklopédie boli vždy v rovnakom poradí pri sebe?

- A) 10! B) 11! C) 4 · 10! D) 4! · 10! E) 14!

19) Dlhodobým vyhodnocovaním kolaudácie sa zistilo, že v 20% bytov nepriliehajú dvere a v 5% nepriliehajú okná. S akou pravdepodobnosťou náhodne vybraný byt bude mať obe chyby?

- A) 1 % B) 10 % C) 15 % D) 20 % E) 25 %

20) Ak 5 ľudí vykope 4 jamy za 10 hodín. Koľko ľudí vykope koľko jám za koľko hodín?

- A) 5 ľudí 4 jamy za 20 hodín.
B) 10 ľudí 16 jám za 20 hodín.
C) 1 človek 1 jamu za 1 hodinu.
D) 10 ľudí 2 jamy za 5 hodín.
E) 10 ľudí 10 jám za 10 hodín.

21) Hádzem tri mince do troch nádob. Každá nádoba má rovnakú šancu, že ju trafím. Ak som všetky mince trafil do nejakej nádoby, aká je pravdepodobnosť, že padli všetky tri do tej istej.

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{27}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{3}{27}$ E) $\frac{9}{27}$

22) Zrátaj obsah trojuholníka so stranami 7 cm, 8 cm a 9 cm.

- A) $4 \cdot \sqrt{45} \text{cm}^2$ B) $8 \cdot \sqrt{45} \text{cm}^2$ C) 28cm^2 D) 24cm^2 E) 504cm^2

23) Koľko uhlopriečok má konvexný desaťuholník?

- A) 10 B) 35 C) 70 D) 20 E) 45

24) Na ihrisku, kde bola jedna lopta, sa odohral nasledujúci rozhovor:

Adam: "Mám loptu.", Betka: "Nemám loptu.", Cyril: "Adam nemá loptu." Ukázalo sa, že len jeden mal pravdu. Kto má loptu?

- A) Adam B) Betka C) Cyril
D) Ten, čo má pravdu E) Ani jeden (niekde ju skryli).

25) Počítačový vírus sa začal šíriť po sieti. Každý deň, sa počet infikovaných počítačov zdvojnásobí. Po 50 dňoch boli infikované všetky počítače pripojené na sieť na svete. Po koľkých dňoch od vypustenia vírusu bola infikovaná štvrtina počítačov?

- A) 48 B) 25 C) 12 D) 13 E) 40