

INŠTRUKCIE:

Samostatný hárok pre riešenie úloh (hárok pre odpovede)

- Nezabudnite vyplniť všetky údaje (meno a priezvisko, škola, e-mail atď.).

Testy

- Na vyriešenie 25 otázok máte 45 minút.
- **Správna je vždy len jedna odpoveď.**
- **Ak napriek tomu zvolíte viacero správnych odpovedí, úloha bude hodnotená ako nevyriešená! Rovnako aj keď sa v hároku na odpovede pomýlite a budete chcieť opraviť možnosť na inú, úloha už nebude hodnotená!** Preto Vám odporúčame najprv správne odpovede vyznačiť do testu a až na koniec všetky odpovede prepísať do hároku na odpovede.
- **Správnu odpoveď vyznačíte úplným vyfarbením krúžku.**
- Hárok s odpoveďami nesmie byť zložený alebo pokrčený! Poznámky mimo polí na odpovede **nie sú povolené.**
- Ako pomôcku môžete používať len zbierku vzorcov. Kalkulačky, mobily, MP3-prehrávače a iné pomôcky **nie sú povolené!**
- **Používajte len čierne alebo modré pero.**

HODNOTENIE:

- **Dosiahnuť možno maximálne 100 bodov.**

Želáme Vám veľa úspechov a naďalej veľkú zábavu s matematikou.



PREHL'AD VZ'IAHOV

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{1}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

| x | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° |
|-------|----|----------------------|----------------------|----------------------|-----|
| sin x | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| cos x | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |

Trigonometria:

Sinusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosinusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_x(x \cdot y) = \log_x x + \log_x y$

$\log_x \frac{x}{y} = \log_x x - \log_x y$

$\log_x x^k = k \cdot \log_x x$

$\log_y x = \frac{\log_x x}{\log_x y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Kombinatorika:

$P(n) = n!$

$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$

$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$

$V'(k, n) = n^k$

$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0$: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

| | kváder | valec | ihlan | kužeľ | gufa |
|--------|-------------------|-----------------------|---------------------|-------------------------|-----------------------|
| objem | abc | $\pi r^2 v$ | $\frac{1}{3} S_p v$ | $\frac{1}{3} \pi r^2 v$ | $\frac{4}{3} \pi r^3$ |
| povrch | $2(ab + ac + bc)$ | $2\pi r^2 + 2\pi r v$ | $S_p + S_p v$ | $\pi r^2 + \pi r s$ | $4\pi r^2$ |

- 1) Na jazierku plávajú trsy vodných ľalií. Každý deň sa veľkosť trsu zdvojnásobí. Pokiaľ trvá 48 dní, aby trs pokryl celé jazero, ako dlho bude trvať, než trs vodných ľalií pokryje polovicu jazera ?
- A) 47 dní B) 44 dní C) 40 dní D) 36 dní E) 24
- 2) Upravte výraz $\frac{\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a}}}{\sqrt[4]{a}} : \frac{\sqrt[6]{a}}{\sqrt[2]{a}}$, pre $a > 0$. Upravený výraz je výraz:
- A) $\sqrt[8]{a^3}$ B) $\sqrt[8]{a}$ C) $\sqrt[6]{a^3}$ D) $\sqrt[8]{a^2}$ E) $\sqrt[3]{a^3}$
- 3) Určte cez aký bod na osi x -ovej prechádza graf funkcie $f : y = (x-2)^3 - 1$.
- A) [1; 0] B) [2; 0] C) [3; 0] D) [5; 0] E) [-2; 0]
- 4) Nájdite hodnoty a a b tak, aby platilo : $14 - 4\sqrt{6} = (\sqrt{a} - 2\sqrt{b})^2$.
- A) $a = 3; b = 2$ B) $a = 2; b = 3$ C) $a = 1; b = 6$ D) $a = 6; b = 1$ E) $a = 0,5; b = 12$
- 5) Zápis inverznej funkcie k funkcii $f : y = -\frac{1}{4}x + 4$ je :
- A) $f^{-1} : y = 4x + 16$ B) $f^{-1} : y = -4x + 4$ C) $f^{-1} : y = 4x - 16$ D) $f^{-1} : y = 4x - 4$ E) $f^{-1} : y = -4x + 16$
- 6) Plnú priehradu je možné vypustiť najmenej za 7 dní - v prípade sucha a pri zanedbateľnom prítoku rieky. Zvýšený prítok zaplní uzavretú prázdnu priehradu za 5 dní. O koľko dní hrozí zaplavenie územia okolo priehrady pri zvýšenom prítoku, keď priehrada je zatiaľ naplnená len do dvoch tretín a výpusť je naplno otvorený?
- A) ešte v daný deň B) na druhý deň C) na šiesty deň D) na dvanásť deň E) na osemnásť deň
- 7) Vo vlakovej súprave sú 2 rovnaké nákladné vozne, jeden jedálny vozeň, 4 lôžkové a 3 ležadlové vozne. Koľkými rôznymi spôsobmi možno vlakovú súpravu zoradiť?
- A) 362 880 B) 3 628 800 C) 24 D) 12 600 E) 288
- 8) Podľa údajov Štatistického úradu SR žilo ku koncu roka 2007 v Bratislave 425 155 obyvateľov – z toho 53,3% žien. Akej najväčšej možnej chyby sa pri danom údaji (53,3%) dopúšťame v absolútnych číslach?
- A) 213 B) 2 126 C) 21 258 D) 22 E) 3
- 9) Riešte rovnicu $\sqrt{16 + x^2} + 8 = x$. Jej riešením je množina koreňov :
- A) \emptyset B) {3} C) {13} D) {3; 13} E) {64}
- 10) Koľkokrát sa zväčší objem ihlana, ak sa obsah podstavy zväčší štvornásobne?
- A) 2-krát B) 4-krát C) 6-krát D) 8-krát E) 16-krát

11) Vrstevnice kopca majú nasledovný tvar:
Ktorý prierez kopca tomu zodpovedá?



12) Riešením nerovnice $\frac{x^2 - 3x + 24}{x^2 - 3x + 3} \leq 4$ je množina :

- A) $(-\infty; -1) \cup (4; \infty)$ B) $(-\infty; -1) \cup (4; \infty)$ C) $\langle -4; 1$ D) $(-4; 1)$ E) $(-\infty; -1) \cup (4; \infty) - \{3\}$

13) Koľko rôznych dátumov zažilo dieťa narodené 29. februára 2004 v deň, keď oslavuje 8 rokov?

- A) 2 920 B) 2 922 C) 2 923 D) 2 928 E) 2 929

14) V koľkých bodoch sa pretína 9 priamok v rovine, z ktorých práve 4 sú navzájom rovnobežné a nijaké tri sa nepretínajú v tom istom bode ?

- A) 7 B) 8 C) 27 D) 28 E) 36

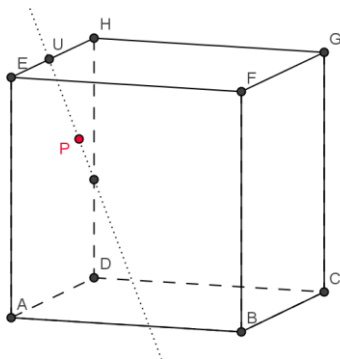
15) Priamka s rovnicou $y = k \cdot x + q$, prechádza bodmi $A[-2,3]$, $B[5,1]$. Potom súčin koeficientov k, q je :

- A) $\frac{15}{7}$ B) $-\frac{34}{7}$ C) 34 D) $\frac{6}{49}$ E) $-\frac{34}{49}$

16) Do kružnice s polomerom $r = 3 \cdot \sqrt{2}$ cm je vpísaný štvorec. Pomer obvodu kružnice a obvodu štvorca je :

- A) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\pi\sqrt{2}}{6}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

17) Daná je kocka ABCDEFGH a v rovine jej steny je znázornená priamka p, ktorej prieniky s hranami kocky sú 2 body $U \in EH$, druhý bod $\in DH$. Na priamke p leží bod P. Určte, rovinu steny kocky ABCDEFGH, v ktorej leží bod P.



- A) DCGH B) ABFE C) BCGF
D) EFGH E) ADHE

18) Šesťmiestne vlakové kupé, v ktorom cestuje Peťo s mamou, je plne odsadené cestujúcimi. Jeden z cestujúcich má miestenku pri dverách v smere jazdy. Potom pravdepodobnosť, že Peťo sedí pri okne a vedľa mamy je :

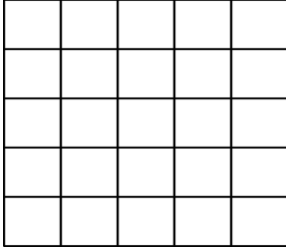
- A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{60}$

19) Daná je úsečka AB dĺžky 8 cm. Pre jej vnútorný bod M platí : $|AM| : |MB| = \sqrt{2} : 2$.

Dĺžka úsečky AM v centimetroch je :

- A) $8 \cdot \sqrt{2}$ B) $8 \cdot \sqrt{2} - 8$ C) $8 \cdot \sqrt{2} + 4$ D) $8 \cdot \sqrt{2} + 2$ E) $8 \cdot \sqrt{2} - 4$

20) Koľko obdĺžnikov je na obrázku, ak aj každý štvorec radíme medzi obdĺžniky ?



- A) 25 B) 26 C) 200 D) 225 E) 230

21) Pred tebou je schodisko smerom nadol a má 9 schodov. Koľkými spôsobmi ho vieš zbehnúť ak sa pri každom kroku môžeš rozhodnúť, či prejdeš jeden, alebo dva schody? Rôzne príklady:

- 1 schod, 2 schody, 2 schody, 2 schody, 2 schody a si dole.
- 2 schody, 1 schod, 2 schody, 2 schody, 2 schody a si dole.
- 1 schod, 1 schod, 1 schod, 1 schod, 1 schod, 1 schod, 1 schod, 1 schod, 1 schod, 1 schod a si dole.

- A) 9 B) 8 C) 50 D) 55 E) 90

22) Koľkými nulami končí číslo $100!$ (faktoriál, teda $100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$)?

- A) 10 B) 12 C) 11 D) 24 E) 22

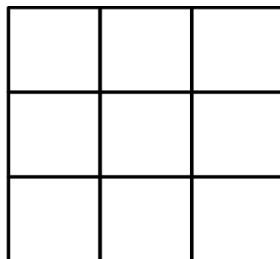
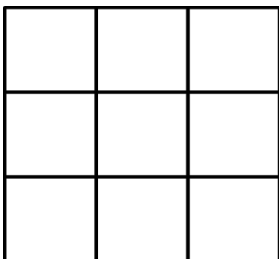
23) Vo vaku mám 5 modrých a 8 červených guľičiek. Aká je pravdepodobnosť, že pri ťahaní troch guľičiek vytiahnem náhodne 3 rovnaké?

- A) $3 \cdot 5 \cdot 8$ B) $\frac{5! \cdot 8!}{13!}$ C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{\frac{5}{3} + \frac{8}{3}}{\frac{13}{3}}$ E) $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 + 8 \cdot 7 \cdot 6}{13^3}$

24) Idem si kúpiť zmrzlinu do termosky. Dám si 4 kopčeky. Majú 10 druhov. Na poradí kopčekov mi veľmi nezáleží, lebo aj tak sa pomiešajú. Koľko mám možností?

- A) $4 \cdot 10$ B) $\frac{4 \cdot 10}{2}$ C) $\frac{10}{4}$ D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{13}{9}$

25) Na obrázku je stavba postavená z kociek. Vľavo je pohľad spredu. Vpravo je pohľad z boku. Koľko najmenej kociek mohlo byť použitých na jej postavenie?



- A) 9 B) 12 C) 15
D) 18 E) 27