

## INŠTRUKCIE:

### Samostatný hárok pre riešenie úloh (hárok pre odpovede)

- Nezabudnite vyplniť všetky údaje (meno a priezvisko, škola, e-mail atď.).

### Testy

- Na vyriešenie 25 otázok máte 45 minút.
- **Správna je vždy len jedna odpoveď.**
- **Ak napriek tomu zvolíte viacero správnych odpovedí, úloha bude hodnotená ako nevyriešená! Rovnako aj keď sa v hároku na odpovede pomýlite a budete chcieť opraviť možnosť na inú, úloha už nebude hodnotená!** Preto Vám odporúčame najprv správne odpovede vyznačiť do testu a až na koniec všetky odpovede prepísať do hároku na odpovede.
- **Správnu odpoveď vyznačíte úplným vyfarbením krúžku.**
- Hárok s odpoveďami nesmie byť zložený alebo pokrčený! Poznámky mimo polí na odpovede **nie sú povolené.**
- Ako pomôcku môžete používať len zbierku vzorcov. Kalkulačky, mobily, MP3-prehrávače a iné pomôcky **nie sú povolené!**
- **Používajte len čierne alebo modré pero.**

### HODNOTENIE:

- **Dosiahnuť možno maximálne 100 bodov.**

*Želáme Vám veľa úspechov a naďalej veľkú zábavu s matematikou.*



## PREHLAD VZŤAHOV

### Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

### Goniometrické funkcie:

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 & \operatorname{tg} x &= \frac{\sin x}{\cos x} \\ \sin 2x &= 2 \sin x \cos x & \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \cos x & \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \sin x \end{aligned}$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

### Trigonometria:

Sinusová veta:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:  $\log_x(x \cdot y) = \log_x x + \log_x y$

$\log_x \frac{x}{y} = \log_x x - \log_x y$

$\log_x x^k = k \cdot \log_x x$

$\log_y x = \frac{\log_x x}{\log_x y}$

Aritmetická postupnosť:  $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

### Kombinatorika:

$P(n) = n!$

$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$

$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

$P(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$

$V^*(k, n) = n^k$

$C^*(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$

### Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky:  $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky:  $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov:  $\cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu  $M[m_1; m_2]$  od priamky  $p: ax + by + c = 0$ :  $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice:  $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

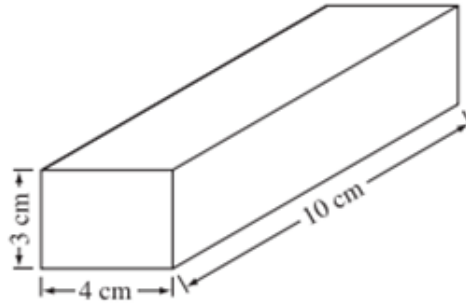
### Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	gufa
objem	$abc$	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{p'}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

- 1) Tehla váži 1 kg a pol tehly. Koľko váži tehla ?  
 A) 1,25 kg      B) 1,5 kg      C) 1,75 kg      D) 2 kg      E) 2,5 kg
- 2) Ak 5 strojov potrebuje 5 minút aby vyrobilo 5 výrobkov, ako dlho bude trvať, kým 100 strojov vyrobí 100 výrobkov ?  
 A) 100 min      B) 50 min      C) 25 min      D) 10 min      E) 5 min
- 3) Plocha trojuholníka je  $12 \text{ cm}^2$ . Veľkosť uhla  $ACB$  je  $30^\circ$ ,  $|AC| = (x + 2) \text{ cm}$ ,  $|BC| = x \text{ cm}$ .  
 Vypočítajte dĺžku strany  $BC$ . Pomôcka:  $\left\{ \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}, \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3} \right\}$ .  
 A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8
- 4) Aká je veľkosť vnútorného uhla (v stupňoch) v pravidelnom 20 – uholníku?  
 Poznámka: vnútorný uhol je uhol medzi dvoma stranami 20 – uholníka.  
 A)  $162^\circ$       B)  $81^\circ$       C)  $18^\circ$       D)  $36^\circ$       E)  $142^\circ$
- 5) V ktorej z možností A) – E) je predpis inverznej funkcie k  $f : y = 3 - \ln(x - 2)$  ?  
 A)  $f^{-1} : y = 10^{x-3} + 2$       B)  $f^{-1} : y = e^{x-3} + 2$       C)  $f^{-1} : y = e^{x-2} - 3$   
 D)  $f^{-1} : y = 10^{3-x} + 2$       E)  $f^{-1} : y = e^{3-x} + 2$
- 6) Ak  $p$  je počet ľudí na Zemi a  $t$  je čas, zapíšte funkciu, ktorá vyjadruje, že za jednotku času sa počet ľudí na Zemi znásobí 1,3-krát.  
 A)  $p = \frac{1,3}{t}$       B)  $p = 1,3t$       C)  $p = \frac{t}{1,3}$       D)  $p = t \cdot 1,3$       E)  $p = t + 1,3$
- 7) Fero má z matematiky 4 známky a priemer 2,5. Ešte koľko jednotiek musí dostať, aby obhájil jednotku u učiteľa, ktorý sa striktné drží priemeru známok?  
 A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10
- 8) Šikmá veža v Pise je vysoká 55 m. Koncom 20. storočia pred sanačnými prácami dosahovala maximálny odklon od zvislej osi 5 m. Približne koľko poklesol vrchol veže v dôsledku náklonu?  
 Pomôcka:  $\sqrt{20} = 4,4721$ ,  $\sqrt{30} = 5,4772$ ,  $\sqrt{50} = 7,0710$ ,  $\sqrt{55} = 7,4162$   
 A) 1 dm      B) 2 dm      C) 3 dm      D) 1 m      E) 3,2 dm
- 9) V účtovných dokladoch je chyba. Kontrolóri ju objavia jeden s pravdepodobnosťou 0,9 a druhý s pravdepodobnosťou 0,95. Aká je pravdepodobnosť, že chybu nájde aspoň jeden z nich?  
 A) 85,5 %      B) 95,5 %      C) 98,5 %      D) 99,5 %      E) 99,9 %
- 10) V  $R$  riešte nerovnicu  $\log_{x-2} 4 \leq \log_{x-2} 12$ . Množina koreňov je :  
 A)  $(2, \infty)$       B)  $\emptyset$       C)  $(3, \infty)$       D)  $(0,3) \cup (3, \infty)$       E)  $(2,3) \cup (3, \infty)$
- 11) Počet racionálnych koreňov rovnice  $(x - \pi) \cdot (x + \sqrt{2}) \cdot (x^2 - 3) \cdot (7x - 8) \cdot (x - 1) \cdot (x - \log 1) = 0$  je :  
 A) 7      B) 6      C) 4      D) 3      E) 2

- 12) Dva rovnaké kvádre s rozmermi 3 cm x 4 cm x 10 cm (pozri obrázok) zlepieme na dvoch rovnakých stenách tak, aby vznikol nový kváder s čo najmenším možným povrchom. Určte povrch tohto nového kvádra v  $\text{cm}^2$ .

- A)  $248 \text{ cm}^2$     B)  $244 \text{ cm}^2$   
 C)  $224 \text{ cm}^2$     D)  $268 \text{ cm}^2$   
 E)  $304 \text{ cm}^2$



- 13) Daná je funkcia  $g : y = 4 \cdot \cos(x - 45^\circ) + 2$ . Určime priesečníky danej funkcie  $g(x)$  s osou  $x$ . Súčet uhlov v stupňoch na intervale  $\langle -200^\circ, 420^\circ \rangle$  je :

- A)  $-105^\circ$     B)  $180^\circ$     C)  $375^\circ$     D)  $570^\circ$     E)  $720^\circ$

- 14) Daná je kocka ABCDEFGH s hranou dlhou 20 cm. Kocka je rozdelená dvomi rovnobežnými rovinami  $\alpha, \beta$  s podstavou ABCD na 3 telesá, ktorých objemy sú v pomere 5 : 3 : 2.

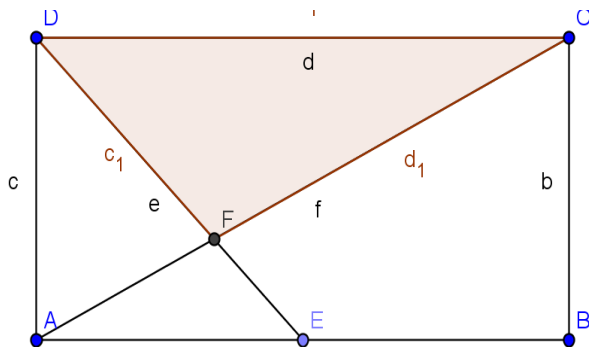
Vzdialenosť rovin  $\alpha, \beta$  je :

- A) 10 cm    B) 8 cm    C) 6 cm    D) 5 cm    E) 3 cm

- 15) Daný je obdĺžnik ABCD so stranami dlhými 6 cm a 3 cm, bod E je stred AB.

Obsah trojuholníka AEF je  $1,5 \text{ cm}^2$ .

Potom obsah trojuholníka FCD je :



- A)  $4,5 \text{ cm}^2$     B)  $6 \text{ cm}^2$     C)  $7,5 \text{ cm}^2$   
 D)  $9 \text{ cm}^2$     E)  $10,5 \text{ cm}^2$

- 16) Priamka  $p$  je určená rovnicou  $y = -x + 2$ . Potom súčet súradníc bodu  $V$ , ktorý je súmerný s bodom  $L[0, -2]$  podľa priamky  $p$  je :

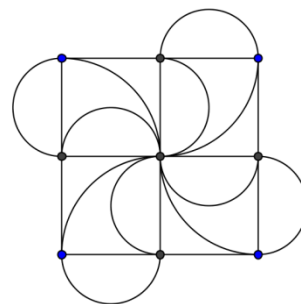
- A) -2    B) 0    C) 2    D) 4    E) 6

- 17) Adam si pre model lietadla potreboval z kartónu vystrihnúť vrtuľku motora aká je uvedená na obrázku.

Preto si ju nakreslil, pričom veľký štvorec má stranu dlhú 8 cm.

Potom si vypočítal obsah vrtuľky  $S$  a obvod  $O$ , Ich správne hodnoty sú :

- A)  $S = 24\pi \text{ cm}^2, O = 8\pi \text{ cm}$   
 B)  $S = 8\pi \text{ cm}^2, O = 24 \text{ cm}$   
 C)  $S = 8\pi \text{ cm}^2, O = 18\pi \text{ cm}$   
 D)  $S = 8\pi \text{ cm}^2, O = 8\pi \text{ cm}$   
 E)  $S = 12\pi \text{ cm}^2, O = 24 \text{ cm}$



18) Usporiadaj čísla  $3^{600}$ ,  $10^{300}$ ,  $2^{1000}$  podľa veľkosti.

A)  $2^{1000} > 3^{600} > 10^{300}$

B)  $3^{600} > 2^{1000} > 10^{300}$

C)  $10^{300} > 3^{600} > 2^{1000}$

D)  $2^{1000} > 10^{300} > 3^{600}$

E)  $3^{600} > 10^{300} > 2^{1000}$

19) Zadal som do kalkulačky  $62^{10}$  a ona vypísala  $8,392993659 \times 10^{17}$ . Číslo  $62^{10}$  končí na cifru :

A) 0

B) 2

C) 4

D) 8

E) Nedá sa povedať.

20) Približné riešenie rovnice  $\cos x = x$  je v intervale :

A)  $(0, \frac{\pi}{4})$

B)  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$

C)  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$

D)  $(\frac{3\pi}{4}, \pi)$

E)  $(\pi, 2\pi)$

21) Vyjadri číslo  $0,0\overline{28}$  ako zlomok v základnom tvare.

A)  $\frac{28}{100}$

B)  $\frac{280}{99000}$

C)  $\frac{280}{10000}$

D)  $\frac{14}{495}$

E)  $\frac{7}{250}$

22) Aké sú posledné dve cifry čísla  $3^{2015}$  ?

A) 07

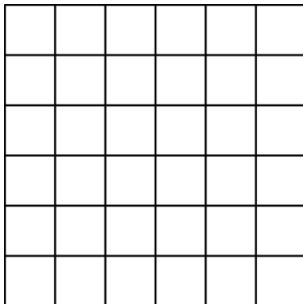
B) 21

C) 63

D) 89

E) 67

23) Koľko obdĺžnikov je na obrázku, ak aj každý štvorec radíme medzi obdĺžniky?



A) 36

B) 37

C) 400

D) 441

E) 444

24) Ak pri rulete stavíte na farbu a trafíte, vyhrávate dvojnásobok stavenej sumy. Ak netrafíte, prídete o vsadené peniaze. Fero skúsil nasledovnú stratégiu: V prvom ťahu stavil 1 € na čiernu. Netrafil. V druhom ťahu stavil 2 € na čiernu. Netrafil. V ďalšom ťahu stavil 4 € na čiernu. Netrafil. Takto vsádzal vždy dvojnásobok predošlej sumy, až kým nepadla čierna. To sa stalo v desiatom kole a dali mu dvojnásobok naposledy stavenej sumy. Koľko € celkovo zarobil? (resp. stratil?)

A) Ani nezarobil, ani nezískal.

B) Zarobil 1 €.

C) Zarobil 512 €.

D) Zarobil 1 024 €.

E) Stratil 1 023 €.

25) Na zastávke chodia električky A a B. Električka A chodí každých 10 minút a električka B každých 6 minút. Raz za čas chodia naraz (vtedy nerátame, že prišla niektorá skôr). Aká je pravdepodobnosť, že prí našom náhodnom príchode na zastávku pôjde skôr električka B?

A)  $\frac{3}{5}$

B)  $\frac{6}{16}$

C)  $\frac{11}{30}$

D)  $\frac{1}{2}$

E)  $\frac{3}{12}$